

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
городского округа Тольятти «Лицей № 6  
имени Героя Советского Союза Александра Матвеевича Матросова»**

**ПРИНЯТА**

Педагогическим советом МБУ «Лицей №6»

Протокол № 1 от «28» 08. 2020 г.

**УТВЕРЖДЕНА**

Приказом по МБУ «Лицей №6»

№216-од от «28»\_08. 2020\_ г.

Директор МБУ «Лицей №6»

Е. Ю. Мицук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ПРЕДМЕТА МАТЕМАТИКА**

**10-11 КЛАСС**

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ**

**(УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ)**

**Составители:**

**Чугурова С. Н.**

**Овчинникова Н. А.**

**ТОЛЬЯТТИ**

**2020**

Рабочая программа по предмету «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» для 10 – 11 классов технологического профиля (углубленный уровень) составлена на основе:

1. Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, утвержденного приказом №1897 от 17.12.2010 г. (ред. от 31.12.2015 №1577).

2. Примерной основной образовательной программы ФГОС ООО (одобренной решением Федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 8 апреля 2015г. № 1/15)

3. ООП ООО МБУ «Лицей №6» г. о. Тольятти

4. Программы курса Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10, 11 класс (базовый и углубленный уровни) А. Г. Мордкович, П. В. Семенов - М.: Мнемозина, 2017

5. Программы курса Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. Углублённый уровень. 10—11 классы. Рабочая программа к линии УМК Е. В. Потоскуева, Л. И. Звавича : учебно-методическое пособие / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. — М. : Дрофа, 2017.

**Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика: алгебра и начала математического анализа» для 10 11 классов**

Раздел	Базовый уровень «Проблемно-функциональные результаты»		Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
	I. Выпускник научится	III. Выпускник получит возможность научиться	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
<b>Цели освоения предмета</b>	Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики	<i>Для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики</i>	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	<i>Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук</i>
<b>Требования к результатам</b>				
<b>Элементы теории множеств и математической логики</b>	– Оперировать на базовом уровне <sup>1</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на	– <i>Оперировать<sup>2</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой,</i>	– Свободно оперировать <sup>3</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал,	<i>Достижение результатов раздела II; оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; понимать суть косвенного доказательства; оперировать понятиями счетного и несчетного</i>

<sup>1</sup> Здесь и далее: распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.

<sup>2</sup> Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.

<sup>3</sup> Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

	<p>координатной прямой, отрезок, интервал;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> <li>– находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой;</li> <li>– строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;</li> <li>– распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров.</li> </ul>	<p><i>графическое представление множеств на координатной плоскости;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные</li> </ul>	<p>полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</li> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</li> </ul>	<p><i>множества;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</li> </ul>
--	--	---	--	--

	<p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни</li> </ul>	<p><i>рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</i></p>	<p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>	
<p><b>Числа и выражения</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;</li> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями:</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;</i></li> <li>– <i>приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;</i></li> <li>– <i>понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;</i></li> <li>– <i>владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</i></li> <li>– <i>иметь базовые представления о</i></li> </ul>

	<p>логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;</li> <li>– выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;</li> <li>– сравнивать рациональные числа между собой;</li> <li>– оценивать и сравнивать с рациональными</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа <math>e</math> и <math>\pi</math>;</li> <li>– выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;</li> <li>– находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;</li> <li>– пользоваться оценкой и</li> </ul>	<p>натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</li> <li>– переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</li> <li>– доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;</li> <li>– выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</li> <li>– сравнивать действительные числа разными способами;</li> <li>– упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического</li> </ul>	<p>множестве комплексных чисел;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</li> <li>– владеть формулой бинома Ньютона;</li> <li>– применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;</li> <li>– применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;</li> <li>– применять при решении задач Малую теорему Ферма;</li> <li>– уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;</li> <li>– применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;</li> </ul>
--	---	---	---	---

	<p>числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;</li> <li>– изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;</li> <li>– выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;</li> <li>– выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;</li> <li>– вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя</li> </ul>	<p><i>прикидкой при практических расчетах;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;</i></li> <li>– <i>находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</i></li> <li>– <i>изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;</i></li> <li>– <i>использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;</i></li> <li>– <i>выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>выполнять действия с</i></li> </ul>	<p>квадратного корня, корней степени больше 2;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;</li> <li>– выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;</li> <li>– выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>применять при решении задач цепные дроби;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Основную теорему алгебры;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</i></li> </ul>
--	--	--	---	--

	<p>необходимые подстановки и преобразования;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;</li> <li>– оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять вычисления при решении задач практического характера;</li> <li>– выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;</li> <li>– соотносить реальные величины,</li> </ul>	<p><i>числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;</li> <li>– составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</li> </ul>	
--	---	---	--	--

	<p>характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни</li> </ul>			
<b>Уравнения и неравенства</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;</li> <li>– решать логарифмические уравнения вида <math>\log_a (bx + c) = d</math> и простейшие неравенства вида <math>\log_a x &lt; d</math>;</li> <li>– решать показательные уравнения, вида <math>a^{bx+c} = d</math> (где <math>d</math> можно представить в виде степени с основанием <math>a</math>) и простейшие неравенства вида <math>a^x &lt; d</math> (где <math>d</math> можно</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;</li> <li>– использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств;</li> <li>– использовать графический</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</li> <li>– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>– овладеть основными типами показательных,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Достижение результатов раздела II;</li> <li>– свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</li> <li>– свободно решать системы линейных уравнений;</li> <li>– решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</li> <li>– применять при решении задач неравенства</li> </ul>

	<p>представить в виде степени с основанием <math>a</math>);.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>, <math>\operatorname{ctg} x = a</math>, где <math>a</math> – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач</li> </ul>	<p><i>метод для приближенного решения уравнений и неравенств;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;</li> <li>– выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;</li> </ul>	<p>логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять теорему Безу к решению уравнений;</li> <li>– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;</li> <li>– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> </ul>	<p><i>Коши — Буняковского, Бернулли;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о неравенствах между средними степенными</li> </ul>
--	--	---	---	---

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> <li>– владеть разными методами доказательства неравенств;</li> <li>– решать уравнения в целых числах;</li> <li>– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– выполнять оценку правдоподобия</li> </ul>	
--	--	---	--	--

			<p>результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;</li> <li>– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<b>Функции</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции,</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять методы решения простейших</i></li> </ul>

	<p>зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;</li> <li>– распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной,</li> </ul>	<p><i>промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;</i></li> <li>– <i>определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;</i></li> <li>– <i>строить графики изученных функций;</i></li> <li>– <i>описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить</i></li> </ul>	<p>функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</li> </ul>	<p><i>дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></p>
--	--	--	--	---

	<p>квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;</li> <li>– находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;</li> <li>– определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и</li> </ul>	<p><i>по графику функции наибольшие и наименьшие значения;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);</i></li> <li>– <i>решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</li> <li>– владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</li> <li>– применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;</li> <li>– применять при решении задач преобразования графиков функций;</li> <li>– владеть понятиями</li> </ul>	
--	---	---	--	--

	<p>т.п.);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной</li> </ul>	<p><i>знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;</i></li> <li>– <i>определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</i></li> </ul>	<p>числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;.</li> </ul>	
--	---	---	---	--

	практической ситуации		– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)	
<b>Элементы математического анализа</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;</li> <li>– определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке;</li> <li>– решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;</i></li> <li>– <i>вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;</i></li> <li>– <i>вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;</i></li> <li>– <i>исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– применять для решения задач теорию пределов;</li> <li>– владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</li> <li>– владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</i></li> <li>– <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</i></li> <li>– <i>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;</i></li> </ul>

	<p>знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах;</li> <li>– соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.);</li> <li>– использовать графики реальных процессов для</li> </ul>	<p><i>функций с использованием аппарата математического анализа.</i></p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;</li> <li>– исследовать функции на монотонность и экстремумы;</li> <li>– строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;</li> <li>– владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</li> <li>– применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</li> <li>– уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</li> <li>– уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</li> <li>– уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</li> <li>– уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</li> <li>– владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</li> </ul>
--	---	--	---	--

	решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса		экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; – интерпретировать полученные результаты	
<b>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;</li> <li>– оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;</li> <li>– вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</i></li> <li>– <i>иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</i></li> <li>– <i>иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</i></li> <li>– <i>понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</i></li> <li>– <i>иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральной совокупности и выборкой из нее;</li> <li>– оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>– владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– иметь представление об основах теории вероятностей;</li> <li>– иметь представление о</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i></li> <li>– <i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i></li> <li>– <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i></li> <li>– <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i></li> <li>– <i>иметь представление о</i></li> </ul>

	<p><i>предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</i></li> <li>– <i>выбирать подходящие методы представления и обработки данных;</i></li> <li>– <i>уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях</i></li> </ul>	<p>дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</li> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать</li> </ul>	<p><i>кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</i></li> <li>– <i>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</i></li> </ul>
--	---	--	--	--

			<p>вероятности событий в реальной жизни;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выбирать методы подходящего представления и обработки данных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– уметь применять метод математической индукции;</li> <li>– уметь применять принцип Дирихле при решении задач</li> </ul>
<b>Текстовые задачи</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать несложные текстовые задачи разных типов;</li> <li>– анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель;</li> <li>– понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;</li> <li>– действовать по алгоритму,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;</i></li> <li>– <i>выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</i></li> <li>– <i>строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;</i></li> <li>– <i>решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</i></li> <li>– <i>анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать разные задачи повышенной трудности;</li> <li>– анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</li> <li>– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II</i></li> </ul>

	<p>содержащемуся в условии задачи;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать логические рассуждения при решении задачи;</li> <li>– работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи;</li> <li>– осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;</li> <li>– анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</li> <li>– решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;</li> <li>– решать несложные задачи, связанные с</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>решать практические задачи и задачи из других предметов</i></li> </ul>	<p>контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать практические задачи и задачи из других предметов</li> </ul>	
--	--	---	--	--

	<p>долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;</li><li>– решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временной оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;</li><li>– использовать понятие масштаба для</li></ul>			
--	---	--	--	--

	<p>нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни</li> </ul>			
<b>Геометрия</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</li> <li>– распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);</li> <li>– изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;</i></li> <li>– <i>применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;</i></li> <li>– <i>решать задачи нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;</i></li> <li>– <i>делать (выносные) плоские чертежи из рисунков</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</li> <li>– самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i></li> <li>– <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></li> <li>– <i>владеть понятием перпендикулярное сечение</i></li> </ul>

	<p>инструментов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;</li> <li>– извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;</li> <li>– применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;</li> <li>– находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;</li> <li>– распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар);</li> <li>– находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул.</li> </ul>	<p><i>объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;</i></li> <li>– <i>применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;</i></li> <li>– <i>описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;</i></li> <li>– <i>формулировать свойства и признаки фигур;</i></li> <li>– <i>доказывать геометрические утверждения;</i></li> <li>– <i>владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);</i></li> <li>– <i>находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;</i></li> <li>– <i>вычислять расстояния и</i></li> </ul>	<p>классов фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>– решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</li> <li>– уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед,</li> </ul>	<p><i>призмы и уметь применять его при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;</i></li> <li>– <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>– <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> <li>– <i>иметь представление о касающихся сферах и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>– <i>владеть разными</i></li> </ul>
--	---	---	---	--

	<p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;</li> <li>– использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;</li> <li>– соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;</li> <li>– соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера;</li> <li>– оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников)</li> </ul>	<p><i>углы в пространстве.</i></p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний</li> </ul>	<p>пирамида, тетраэдр;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> <li>– иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</li> <li>– применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> <li>– уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>– уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями ортогональное проектирование,</li> </ul>	<p><i>способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</li> <li>– иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</li> <li>– применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</li> <li>– применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</li> <li>– иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии,</li> </ul>
--	---	---	--	--

			<p>наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>– владеть понятием прямоугольный параллелепипед и</li> </ul>	<p><i>повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>– <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>– <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
--	--	--	--	---

			<p>применять его при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li><li>– иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li><li>– владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li><li>– владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li><li>– владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li><li>– иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li></ul>	
--	--	--	---	--

			<ul style="list-style-type: none"><li>– владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li><li>– иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li><li>– иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li><li>– уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li><li>– иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li></ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>– составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели</li></ul>	
--	--	--	---	--

			для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат	
<b>Векторы и координаты в пространстве</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве;</li> <li>– находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;</li> <li>– находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;</li> <li>– задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;</li> <li>– решать простейшие задачи введением векторного базиса</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>– уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>– использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>– применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>– применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Достижение результатов раздела II;</li> <li>– находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</li> <li>– задавать прямую в пространстве;</li> <li>– находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</li> <li>– находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</li> </ul>
<b>История математик</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Описывать отдельные выдающиеся</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Представлять вклад выдающихся математиков в</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о вкладе выдающихся</li> </ul>	Достижение результатов раздела II

<p><b>и</b></p>	<p>результаты, полученные в ходе развития математики как науки;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	<p><i>развитие математики и иных научных областей;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>понимать роль математики в развитии России</i></li> </ul>	<p>математиков в развитие науки;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	
<p><b>Методы математик и</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Применять известные методы при решении стандартных математических задач;</li> <li>– замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;</li> <li>– приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</i></li> <li>– <i>применять основные методы решения математических задач;</i></li> <li>– <i>на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</i></li> <li>– <i>применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> <li>– применять основные методы решения математических задач;</li> <li>– на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li> <li>– применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li> <li>– пользоваться</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i></li> </ul>

			прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов	
--	--	--	---	--

Изучение математики в старшей школе даёт возможность обучающимся достигнуть следующих результатов.

*Личностные результаты:*

- представление о профессиональной деятельности ученых-математиков, о развитии математики от нового времени до наших дней;
- умение ясно формулировать и аргументированно излагать свои мысли; корректность в общении;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

*Метапредметные результаты:*

- достаточно развитые представления об идеях и методах математики как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов;
- умение видеть приложения полученных математических знаний в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение использовать различные источники информации для решения учебных проблем;
- умение принимать решение в условиях неполной и избыточной информации;
- умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений;
- умение видеть различные стратегии решения задач, планировать и осуществлять деятельность, направленную на их решение.

Метапредметными результатами освоения курса является формирование универсальных учебных действий (УУД).

*Регулятивные УУД:*

- самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель УД;
- выдвигать версии решения проблемы, осознавать (и интерпретировать в случае необходимости) конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных, а также искать их самостоятельно;
- составлять (индивидуально или в группе) план решения проблемы (выполнения проекта);

- работая по плану, сверять свои действия с целью и при необходимости исправлять ошибки самостоятельно (в том числе и корректировать план);
- в диалоге с учителем совершенствовать самостоятельно выбранные критерии оценки.

#### Познавательные УУД:

- проводить наблюдение и эксперимент под руководством учителя;
- осуществлять расширенный поиск информации с использованием ресурсов библиотек и Интернета;
- создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач;
- осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
- давать определения понятиям.

#### Коммуникативные УУД:

- самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т. д.);
- в дискуссии уметь выдвинуть аргументы и контраргументы;
- учиться критично относиться к своему мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения и корректировать его;
- понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты (гипотезы, аксиомы, теории);
- уметь взглянуть на ситуацию с иной позиции и договариваться с людьми иных позиций.

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

### **Действительные числа**

Натуральные и целые числа. Делимость чисел. Основная теорема арифметики натуральных чисел. Рациональные, иррациональные, действительные числа, числовая прямая. Числовые неравенства. Аксиоматика действительных чисел. Модуль действительного числа. Метод математической индукции.

### **Числовые функции**

Определение числовой функции и способы ее задания, операции над функциями, композиция функций. Основные способы преобразования графиков функций (симметрия, параллельный перенос, сжатие и растяжение). График функции, взятой по модулю, и функция от модуля аргумента. Свойства функций: область определения, множество значений функции, нули функции, интервалы знакопостоянства функции, чётность, нечётность функции. Монотонность функции, интервалы монотонности, экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Периодические и обратные функции. Понятие об асимптотическом поведении функции в точке и на бесконечности. Исследование функции по графику.

### **Тригонометрические функции**

Числовая окружность на координатной плоскости. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Тригонометрические функции числового и углового аргумента, их свойства и графики. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Построение более сложных графиков, связанных с тригонометрическими функциями. Обратные тригонометрические функции. Преобразования и вычисления, связанные с обратными тригонометрическими функциями. Решение уравнений и неравенств, связанных с обратными тригонометрическими функциями.

### **Тригонометрические уравнения и неравенства**

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы решения тригонометрических уравнений: метод замены переменной, метод разложения на множители, однородные тригонометрические уравнения. Метод интервалов при решении тригонометрических неравенств. Замена переменной при решении тригонометрических неравенств. Некоторые приёмы трансцендентных неравенств, содержащих тригонометрические функции. Тригонометрические неравенства с параметрами.

### **Преобразование тригонометрических выражений**

Формулы сложения, приведения, двойного аргумента, понижения степени. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в

сумму. Формула вспомогательного угла. Методы решения тригонометрических уравнений с помощью преобразования тригонометрических выражений. Уравнения вида  $\sin(f(x)) = \sin(\varphi(x))$  и аналогичные им. Некоторые приёмы трансцендентных уравнений, содержащих тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения с параметрами.

### **Комплексные числа**

История развития числа, определение комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Условия равенства двух комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Сопряженные комплексные числа и их свойства. Возведение комплексного числа в целую степень. Корень из комплексного числа в алгебраической форме.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Примеры множеств точек, задаваемых на комплексной плоскости при помощи уравнений и неравенств, связанных с комплексными числами.

Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Формулы тригонометрических функций кратных углов. Комплексные числа и геометрические преобразования на плоскости. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение квадратного и кубического корня из комплексного числа.

### **Показательная и логарифмическая функции**

Показательная функция, ее свойства и график. Построение графиков, связанных с показательной функцией. Функция, обратная показательной. Понятие логарифма. Десятичные логарифмы. Функция  $y = \log_a x$ , ее свойства и график.

Основные формулы и примеры преобразования логарифмов. Сравнение логарифмов.

Решение простейших показательных уравнений и неравенств на основании свойств показательной функции.

Решение простейших логарифмических уравнений и неравенств на основании свойств логарифмической функции.

### **Производная**

Определение числовой последовательности, способы ее задания и свойства. Монотонность и ограниченность. Бесконечно малые числовые последовательности и их свойства. Определение предела числовой последовательности. Свойства пределов числовых последовательностей. Приёмы нахождения пределов числовых

последовательностей. Необходимый признак сходимости (ограниченность). Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности (без доказательства). Уточнение понятий о длине окружности и площади круга. Число  $e$ . Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Понятие о числовых рядах и их сходимости. Бесконечно малая функция на плюс бесконечности. Предел функции на плюс бесконечности. Теоремы о пределах. Предел функции на минус бесконечности. Бесконечно большие функции. Горизонтальная и наклонные асимптоты. Основные методы их нахождения.

Предел функции в точке. Теоремы о пределах. Предельный переход в неравенствах. Непрерывность функции в точке. Виды разрывов. Вертикальные асимптоты. Операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных функций (многочлены, дробно-рациональные, тригонометрические функции). Представление о непрерывности сложной и обратной функций. Непрерывность степенной функции с рациональным показателем. Непрерывность обратных тригонометрических функций. Первый замечательный предел  $\left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \right)$ . Техника нахождения пределов. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке. Другие свойства непрерывных функций. Теоретические основы решения неравенств методом интервалов. Метод нахождения приближенного значения корня функции половинным делением.

Приращение функции. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Нахождение производной по определению (для функций  $x$ ;  $x^2$ ;  $x^3$ ;  $\frac{1}{x}$ ;  $\sqrt{x}$ ;  $\sin x$ ;  $\cos x$ ). Непрерывность и дифференцируемость. Примеры непрерывных в точке функций, не имеющих в этой точке производных. Критические точки функции.

Производная суммы, произведения и частного. Производная степенной функции с целым показателем, производная тангенса и котангенса. Теорема о производной сложной функции. Теорема о производной обратной функции, способы нахождения производных обратной функции. Производная степенной функции с рациональным показателем. Производные обратных тригонометрических функций. Техника дифференцирования.

Уравнения касательной и нормали. Задачи на касательную. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Понятие о методе Лопиталья. Исследование функции на монотонность и экстремумы. Различные случаи поведения функции в критических точках. Методы нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке. Примеры задач геометрического и физического содержания, решаемых с

помощью производных. Применение производной к доказательству неравенств, решению и исследованию уравнений и неравенств.

Вторая производная и производные высших порядков. Выпуклость функции. Исследование функции на выпуклость с помощью второй производной. Примеры доказательства неравенств с помощью второй производной. Полное исследование функции и построение графика. Применение производных к приближенным вычислениям. Понятие о разложении функции в ряд Тейлора. Обобщающие задачи на применение производной.

### **Комбинаторика и вероятность**

Правило умножения. Перестановки и факториалы. Выбор нескольких элементов. Сочетания и размещения. Бином Ньютона. Случайные события и их вероятности.

### **Интеграл**

Повторение темы «Производная». Техника дифференцирования. Первообразная функция на промежутке. Таблица первообразных. Свойства первообразной. Задача Коши. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Нахождение неопределенных интегралов. Неопределенный интеграл, связанный со сложной функцией. Интегрирование заменой переменной. Понятие об интегрировании по частям. Техника интегрирования.

Определенный интеграл. Формула Ньютона—Лейбница. Свойства определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Методы нахождения площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла. Другие приложения определенного интеграла в геометрии и физике.

### **Степени и корни. Показательная, логарифмическая и степенная функции**

Понятие корня  $n$ -й степени из действительного числа. Свойства степенной функции с натуральным показателем, ее график. Свойства степенной функции с целым показателем, ее график. Свойства степенной функции с рациональным показателем, ее график. Понятие о степени с иррациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятия о показателе степени. Свойства степенной функции с произвольным действительным показателем.

Извлечение корней  $n$ -й степени из комплексных чисел.

Показательная функция, ее свойства и график.

Десятичные и натуральные логарифмы. Логарифмическая функция и ее график. Свойства логарифмов. Преобразования логарифмов.

Показательные уравнения, их классификация и способы решения, в том числе с параметром. Показательные неравенства и способы их решения, в том числе с

параметром. Метод интервалов при решении показательных неравенств.

Логарифмические уравнения, их классификация и способы их решения, в том числе с параметром. Случаи потери корней и приобретения посторонних корней при решении логарифмических неравенств. Логарифмические неравенства и способы их решения, в том числе с параметром. Метод интервалов при решении логарифмических неравенств.

Решение иррациональных уравнений, их классификация и способы решения, в том числе с параметром. Случаи потери корней и приобретения посторонних корней при решении иррациональных уравнений. Решение иррациональных неравенств, в том числе с параметром. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств. Уравнения и неравенства, связанные со степенной функцией, в том числе с параметром. Трансцендентные уравнения и неравенства, связанные со степенной, логарифмической и показательной функциями.

Число  $e$ . Натуральные логарифмы. Некоторые пределы, связанные с числом  $e$ . Производные показательной, логарифмической и степенной функции. Логарифмическое дифференцирование. Решение задач на применение производных, связанных с данными функциями, в том числе на касательные, исследование функций, отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке.

Сравнение роста показательной, логарифмической и степенной функций и связанные с этим пределы. Нахождение асимптот функций, связанных с показательной, степенной и логарифмической функциями. Полное исследование и построение графиков данных функций. Доказательство неравенств и другие вопросы.

### **Многочлены**

Многочлены. Степень многочлена, коэффициенты многочлена. Равенство двух многочленов. Метод неопределенных коэффициентов. Действия над многочленами. Замкнутость многочленов относительно их сложения и умножения. Теорема о делении с остатком. Метод деления многочленов «уголком». Теорема Безу и следствия из нее. Схема Горнера. Корни многочлена. Кратные корни. Теорема о целом корне приведенного многочлена с целыми коэффициентами. Теорема о рациональном корне многочлена с целыми коэффициентами. Использование результатов этих теорем для нахождения корней многочлена, доказательства иррациональности некоторых чисел, решения задач, связанных с делимостью многочленов и остатками при делении многочленов. Составление многочлена по его корням. Теорема Виета. Применение схемы Горнера для нахождения корней многочлена и составления многочлена по его корням.

Стандартный вид многочлена от нескольких переменных. Симметрические

многочлены, однородные многочлены. Применение их свойств для доказательства неравенств и сведение решения некоторых алгебраических систем к нахождению корней многочлена (с использованием теоремы Виета).

### **Уравнения и неравенства. Системы уравнений неравенств**

Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения уравнений. Уравнения и неравенства с модулями. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения и неравенства. Доказательство неравенств. Решение рациональных неравенств с одной переменной. Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Уравнения и неравенства с двумя переменными. Диофантовы уравнения. Уравнения и неравенства с параметрами.

Системы уравнений. Метод исключения, метод алгебраического сложения. Метод замены переменных. Системы линейных уравнений и метод Гаусса. Примеры решения иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических систем уравнений.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

Вероятность и геометрия. Независимые повторения испытаний с двумя исходами. Статистические методы обработки информации. Гауссова кривая. Закон больших чисел.

### **Введение в стереометрию**

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, призма, пирамида, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

### **Прямые в пространстве**

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых.

Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Теорема о транзитивности параллельности прямых в пространстве.

Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

### **Прямая и плоскость в пространстве**

Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.

Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная).

Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости.

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения.

Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

### **Плоскости в пространстве**

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей.

Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей.

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Единственность такой плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве.

Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей,

перпендикулярных третьей.

Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

### **Расстояния в пространстве**

Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Теорема Менелая для тетраэдра. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве. Решение задач на построение перпендикуляров, проведенных из вершин изображенного правильного тетраэдра (куба) к его ребрам, граням, плоским сечениям; вычисление длин этих перпендикуляров.

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве. Решение задач на нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми, содержащими ребра правильного тетраэдра, диагонали куба.

Геометрические места точек пространства, связанные с расстояниями. Повторение теории в задачах на нахождение расстояний от данной точки: а) до вершин и сторон данного многоугольника (треугольника), плоскость которого не содержит данную точку; б) до граней данного двугранного угла; в) до ребер и граней данного куба (правильного тетраэдра); г) до построенного сечения данного многогранника.

### **Векторный метод в пространстве**

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на скаляр) и их свойства.

Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некопланарных вектора. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве.

Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Условие ортогональности

двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.

### **Координатный метод в пространстве**

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах.

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках. Формула расстояния от точки до плоскости.

Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.

Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.

Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

### **Преобразования пространства**

Отображения пространства. Определение преобразования пространства. Тожественное преобразование. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований.

Движения пространства: определение движения; композиция движений. Общие свойства движений. Движения первого и второго рода в пространстве. О равенстве фигур в пространстве. Свойства центральной симметрии пространства. неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии. Центральная симметрия пространства — движение второго рода. Центрантно-симметричные фигуры.

Симметрия относительно плоскости (зеркальная симметрия): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости. Симметрия относительно плоскости — движение второго рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости.

Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Параллельный перенос — движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости параллельного переноса.

Скользящая симметрия. Скользящая симметрия — движение второго рода. Поворот вокруг оси. Свойства осевой симметрии и поворота вокруг оси. Осевая симметрия — движение первого рода. Зеркальный поворот. Зеркальный поворот — движение второго рода. Винтовое движение. Винтовое движение — движение первого рода. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости скользящей симметрии, осевой симметрии, зеркального поворота, винтового движения.

Взаимосвязь различных движений пространства. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений пространства.

Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и ее свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения. О подобии фигур в пространстве.

Повторение в задачах материала о преобразованиях пространства, используя координатный метод, тетраэдр, куб.

### **Многогранники**

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность.

Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлера характеристика многогранника. Теорема Декарта—Эйлера для выпуклого многогранника<sup>1</sup>. Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников.

О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равноставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у n-угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма.

Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхности призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм.

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда.

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Многогранные углы при вершинах многогранников. Трехгранный угол. Теорема о плоских углах трехгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла.

Определение пирамиды и ее элементов. Количество вершин, ребер и граней у  $n$ -угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые ребра которой равны между собой (все боковые ребра пирамиды образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, две несоседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с ребрами основания, выходящими из одной вершины. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.

Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды.

Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Объем пирамиды и формулы его вычисления. Формула вычисления объема усеченной пирамиды.

Тетраэдр. Объем тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр (тетраэдр, все грани которого равны). Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания.

Формула  $V = \frac{1}{6} a \cdot b \cdot \rho(a, b) \cdot \sin \varphi$  вычисления объема тетраэдра, где  $a$  и  $b$  — длины двух скрещивающихся ребер тетраэдра,  $\varphi$  — угол между прямыми, содержащими эти ребра,  $\rho(a, b)$  — расстояние между этими прямыми. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы.

Доказательство теоремы Декарта—Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объемов правильных многогранников. Решение задач на все виды правильных многогранников.

### **Фигуры вращения**

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность вращения. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объема цилиндра.

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.

Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса.

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы и шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости.

Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около них. Шары и сферы, вписанные в двугранный угол и многогранный угол. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.

Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

**Тематическое планирование**  
**10 класс**  
**Модуль «Алгебра и начала математического анализа»**  
(5 часов в неделю)

№	Темы	Кол-во часов
<b>1</b>	<b>Повторение и углубление 7- 9 класса. Действительные числа</b>	<b>16 ч</b>
	Натуральные и целые числа. Делимость чисел Рациональные числа Иррациональные числа Множество действительных чисел Модуль действительного числа Обобщение темы Контрольная работа №1 Метод математической индукции	
<b>2</b>	<b>Числовые функции</b>	<b>13 ч</b>
	Определение числовой функции и способы ее задания Свойства функции Периодические функции Обратная функция Обобщение темы Контрольная работа №2	
<b>3</b>	<b>Тригонометрические функции</b>	<b>25 ч</b>
	Числовая окружность на координатной плоскости Синус и косинус. Тангенс и котангенс Тригонометрические функции числового и углового аргументов Функции $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , их свойства и графики Обобщение темы Контрольная работа №3 Построение графиков функций $y = mf(x)$ , $y = f(kx)$ График гармонического колебания Функции $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики Обратные тригонометрические функции	
<b>4</b>	<b>Тригонометрические уравнения</b>	<b>12 ч</b>
	Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства Методы решения тригонометрических уравнений Обобщение темы Контрольная работа №4	
<b>5</b>	<b>Преобразование тригонометрических выражений</b>	<b>23 ч</b>
	Синус, косинус, тангенс суммы и разности аргументов Формулы приведения Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени.	

№	Темы	Кол-во часов
	Преобразование суммы в произведение и произведение в сумму для тригонометрических функций Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$ Методы решения тригонометрических уравнений Обобщение темы Контрольная работа №5	
<b>6</b>	<b>Показательные и логарифмические функции</b>	<b>18 ч</b>
	Показательная функция, ее свойства и график Простейшие показательные уравнения и неравенства Определение логарифма. Преобразование логарифмических выражений Логарифмическая функция, ее свойства и график Простейшие логарифмические уравнения и неравенства Обобщение темы Контрольная работа №6	
<b>7</b>	<b>Комплексные числа</b>	<b>9 ч</b>
	Комплексные числа и арифметические действия над ними Комплексные числа и координатная плоскость Тригонометрическая форма записи комплексного числа Комплексные числа и квадратные уравнения Возведение комплексного числа в степень. Извлечение кубического корня из комплексного числа Контрольная работа №7	
<b>8</b>	<b>Производная</b>	<b>38 ч</b>
	Числовые последовательности Предел числовой последовательности Предел функции Определение производной Вычисление производных Дифференцирование сложной и обратной функции Уравнение касательной к графику функции Обобщение темы Контрольная работа №8 Применение производной для исследования функции Построение графиков функции Применение производной для отсекания наибольших и наименьших значений величин Обобщение темы Контрольная работа №9	
<b>9</b>	<b>Комбинаторика и вероятность</b>	<b>6 ч</b>
	Правило умножения. Комбинаторные задачи. Перестановка и факториалы Выбор нескольких элементов. Биномиальные коэффициенты Случайные события и вероятность	

<b>№</b>	<b>Темы</b>	<b>Кол-во часов</b>
<b>10</b>	<b>Повторение</b>	<b>10 ч</b>
	<b>Всего</b>	<b>170 ч</b>

**Модуль «Геометрия»**

(3 часа в неделю)

<b>Номер</b>	<b>Название раздела / темы</b>	<b>Количество часов</b>
<b>1</b>	<b>Введение в стереометрию</b>	<b>9</b>
	Предмет стереометрии. Пространственные фигуры. Аксиомы стереометрии Некоторые следствия из аксиом Решение задач на применение аксиом и их следствий Техника выполнения простейших стереометрических чертежей Построение сечений Контрольная работа №1	
<b>2</b>	<b>Прямые в пространстве</b>	<b>8</b>
	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве Признаки скрещивающихся прямых Свойства параллельных прямых в пространстве Направление в пространстве. Угол между прямыми Решение задач на взаимное расположение прямых в пространстве Контрольная работа №2	
<b>3</b>	<b>Параллельность прямой и плоскости</b>	<b>9</b>
	Определение параллельных прямой и плоскости Признак параллельности прямой и плоскости Свойства параллельных прямой и плоскости Решение задач на построение сечений параллелепипеда, куба, тетраэдра плоскостью	
<b>4</b>	<b>Перпендикулярность прямой и плоскости</b>	<b>9</b>
	Определение прямой, перпендикулярной плоскости Признак перпендикулярности прямой и плоскости Перпендикуляр и наклонная Теорема о трёх перпендикулярах Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости Проведение взаимно перпендикулярных прямых и плоскостей на изображениях куба, правильного тетраэдра, прямоугольного параллелепипеда Контрольная работа № 3	
<b>5</b>	<b>Угол между прямой и плоскостью</b>	<b>9</b>
	Определение угла между прямой и плоскостью Параллельное проектирование и его свойства Ортогональное проектирование, его свойства	
<b>6</b>	<b>Параллельные плоскости</b>	<b>8</b>
	Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей Признаки параллельности двух плоскостей Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности	

Номер	Название раздела / темы	Количество часов
	параллельности плоскостей в пространстве Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной к одной из двух параллельных плоскостей Контрольная работа №4	
<b>7</b>	<b>Двугранный угол. Угол между двумя плоскостями. Перпендикулярные плоскости</b>	<b>9</b>
	Двугранный угол Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей Свойства перпендикулярных плоскостей Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника Контрольная работа № 5	
<b>8</b>	<b>Расстояния в пространстве</b>	<b>12</b>
	Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры, между фигурами в пространстве Геометрические места точек пространства, связанные с расстояниями Контрольная работа № 6	
<b>7</b>	<b>Векторы в пространстве</b>	<b>10</b>
	Векторы в пространстве Коллинеарность двух векторов Линейные операции над векторами и их свойства Компланарность трех векторов Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным данному вектору Векторный базис пространства, координаты вектора. Условие коллинеарности и компланарности векторов Угол между векторами Скалярное произведение векторов, его свойства и формулы, связанные с ним. Условие ортогональности двух векторов Решение геометрических задач векторным методом Контрольная работа №7	
<b>8</b>	<b>Координатный метод в пространстве</b>	<b>10</b>
	Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатах Условие коллинеарности двух векторов в координатах Скалярное произведение векторов в координатах, Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Задание фигур в пространстве уравнениями. Плоскость и прямая в координатах Уравнения прямой по точке и направляющему вектору Уравнения прямой по двум ее точкам Угол между двумя плоскостями в координатах. Угол между двумя прямыми в координатах. Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах Решение геометрических задач координатным методом и векторно-координатным методом Контрольная работа №8	

Номер	Название раздела / темы	Количество часов
<b>9</b>	<b>Повторение</b>	<b>9</b>
	Введение в стереометрию Прямые в пространстве Параллельность прямой и плоскости Перпендикулярность прямой и плоскости Угол между прямой и плоскостью Параллельные плоскости Двугранный угол. Угол между двумя плоскостями. Перпендикулярные плоскости Расстояния в пространстве Векторы в пространстве Координатный метод в пространстве Контрольная работа №9	
	<b>Итого</b>	<b>102</b>

**Тематическое планирование**  
**11 класс**  
**Модуль «Алгебра и начала математического анализа»**  
(5 часов в неделю)

№	Темы	Кол-во часов
<b>1</b>	<b>Первообразная и интеграл</b>	<b>26</b>
	Повторение темы «Производная». Техника дифференцирования. Первообразная функция на промежутке. Таблица первообразных. Свойства первообразных Неопределенный интеграл, его свойства. Непосредственное интегрирование Неопределенный интеграл, связанный со сложной функцией. Интегрирование заменой переменной Контрольная работа №1 Определенный интеграл и его свойства Формула Ньютона – Лейбница. Площадь криволинейной трапеции Контрольная работа №2	
<b>2</b>	<b>Показательная, логарифмическая и степенная функции</b>	<b>48</b>
	Степенная функция с произвольным действительным показателем, ее свойства и график Показательная функция, ее свойства и график Логарифмическая функция, ее график. Определение и свойства логарифмов Способы решения показательных уравнений и неравенств, в том числе с параметром Контрольная работа №3 Решение логарифмических уравнений и неравенств, в том числе и с параметром Решение иррациональных уравнений, в том числе и с параметрами Решение иррациональных неравенств, в том числе и с параметрами Трансцендентные уравнения и неравенства, связанные со степенной, логарифмической и показательной функциями, их решение Контрольная работа №4 Производные показательной, логарифмической и степенной функций Контрольная работа №5	
<b>3</b>	<b>Многочлены. Уравнения, неравенства и их системы.</b>	<b>37</b>
	Многочлены от одной переменной Уравнения высших степеней Равносильность уравнений и неравенств Уравнения и неравенства с модулями Многочлены от нескольких переменных Геометрический смысл уравнения с двумя переменными Решение неравенств с двумя переменными Системы уравнений. Методы решения систем уравнений Решение иррациональных систем уравнений Решение показательных и логарифмических систем уравнений Решение тригонометрических систем уравнений Контрольная работа №6	

№	Темы	Кол-во часов
<b>4</b>	<b>Элементы теории вероятности и математической статистики</b>	<b>10</b>
	Вероятность и геометрия Независимые повторения испытаний с двумя исходами Статистические методы обработки информации Гауссова кривая. Закон больших чисел	
<b>5</b>	<b>Повторение</b>	<b>49</b>
	Уравнения, неравенства и их системы Производная и ее применение Первообразная и ее применение Решение комплексных наборов на повторение, примеров тестирования, примеров экзаменационных работ Обобщающее повторение	
	<b>Всего</b>	<b>170</b>

**Модуль «Геометрия»**

(3 часа в неделю)

<b>Номер</b>	<b>Название раздела / темы</b>	<b>Количество часов</b>
<b>1</b>	<b>Преобразование пространства</b>	<b>11</b>
	Преобразования пространства Движения пространства. Общие свойства движений Симметрия относительно плоскости Параллельный перенос и его свойства Поворот вокруг оси, осевая симметрия и их свойства Композиции двух симметрии относительно плоскости Гомотетия пространства. Определение подобия Контрольная работа №1	
<b>2</b>	<b>Многогранники</b>	<b>41</b>
	Геометрическое тело, его внутренность и поверхность Многогранник и его элементы. Свойства выпуклых многогранников Объёмы многогранников Призма Параллелепипед Контрольная работа №2 Понятие о многогранном угле Трёхгранный угол Определение пирамиды и ее элементов Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды Правильная пирамида и её свойства Усечённая пирамида Объём пирамиды и формулы его вычисления Тетраэдр и его объём. Виды тетраэдров Контрольная работа №3 Правильные многогранники	
<b>3</b>	<b>Фигуры вращения</b>	<b>30</b>
	Цилиндр Конус Усечённый конус Контрольная работа №4 Шар и сфера Вписанные и описанные шары и сферы. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя Контрольная работа №5	
<b>4</b>	<b>Повторение</b>	<b>20</b>

Номер	Название раздела / темы	Количество часов
	Решение задач планиметрии. Задачи на построение сечений, нахождения их площадей и другие задачи, связанные с сечением. Задачи на нахождение объёмов, площадей поверхностей, многогранников, тел вращения, комбинированных тел. Контрольная работа №6 Практикум по решению стереометрических задач.	
	<b>Итого</b>	<b>102</b>